

Relatório Final

de

Pesquisa

Alunos : Carlos Hermano M.M. Souza

Daniel Yabe Milanez

“ Mercado de Capitais Brasileiro “

Estudo de risco.

- risco de qualquer investimento ou ativo pode ser expressado determinando-se quais os possíveis resultados daquele investimento e suas probabilidades.

Na prática isto tornou-se bastante difícil se não impossível, o que nos levou a usar a variância como forma de expressar este risco.

Dessa forma constatamos que um investidor precisa somente conhecer a média e a variância para montar uma distribuição normal o que o levará a avaliar o seu risco e o seu retorno esperado.

Os conceitos desenvolvidos em nosso trabalho baseiam-se exclusivamente nos estudos de Harny Markowitz que baseou seu trabalho na prática de diversificação de investimentos como forma de reduzir o risco, provando matematicamente como fazê-lo.

O cálculo realizado por nós foi o seguinte:

Retorno Esperado= Média ponderada dos retornos de cada ativo.

$$\text{Ret. Esperado} = (0,33 \times 21\%) + (0,67 \times 15\%) = 17\%$$

A partir daí entramos em outro ponto que de certa forma é bem mais complicado que seria a análise do risco do portfolio o que nos leva ao problema matemático que seria de como poderíamos somar dois desvios padrão, pois apesar de sabermos que os dois desvios estão envolvidos, temos de usar e introduzir o conceito de Covariância, que é justamente a medida de como dois investimentos covariam um com o outro ou seja, seria a medida numérica de como uma ação se comportou ou variou quando a outra também variou dessa forma temos que:

Covariância é :

Positiva < 1 se as duas tendem a se mover na mesma direção.

Negativa > -1 se as duas tendem a se mover em direções opostas.

Zero se as duas não guardam nenhuma relação

+1 ou -1 se as duas se movem perfeitamente na mesma ou oposta direção.

Dito isso delimitamos o procedimento para somar os dois desvios padrão que seria o cálculo da variância do portfolio, que é dado da seguinte forma:

Variância do portfolio:

$$X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2 X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = X_1^2 \sigma_1^2 + 2 X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + X_2^2 \sigma_2^2$$

Onde:

X_1 proporção investida na ação 1

σ_1 desvio padrão da ação 1

X_2 proporção investida na ação 2

σ_2 desvio padrão da ação 2

ρ_{12} coeficiente de covariância da ação 2 em relação a ação 1

σ_{12} covariância entre as ações 1 e 2

Na parte do projeto que corresponde à análise matemática do comportamento dos ativos de acordo com as variáveis do mercado, estamos centrando a nossa análise em dois tópicos principais abaixo descritos:

1. Análise do comportamento dos ativos ao longo do tempo o que consiste em uma análise univariada.

1. Análise de correlação de diferentes ativos em diferentes períodos de tempo.

Logo a seguir mostramos um exemplo de um dos estudos que estão sendo realizados de acordo com modelos matemático/ estatísticos de relação.

Estes estudos são de fundamental importância para que possamos comprovar o processo de relação dos diferentes ativos ao longo do tempo.

O projeto de pesquisa esta utilizando ativos bastante variados para que possamos ter uma perfeita amostra de todo o mercado no exemplo abaixo utilizamos: PMA2, VAL2, ANT3, BRH4, TEL4. A análise visa no final obtermos a relação risco retorno dos ativos.

ANÁLISE

Na tabela anteriormente apresentada, temos cinco ações relacionadas, são elas : PMA2, VAL2, ANT3, BRH4, TEL4 e o índice Bovespa, que funciona como índice de referência, parâmetro para análise do risco e retorno (BENCH MARK).

No ítem "carteira", montamos uma carteira composta de 20% de cada ação acima citada, com o objetivo de analisar e comparar dados estatísticos da carteira com cada ação independente, (Correlação) e determinar se o efeito da diversificação foi válido.

Análise de dados

Em todos os ítem s analisados o F_o (observado) foi maior que o F_c (crítico) = 4,1288, logo aceita-se a regressão pois a correlação é suficientemente forte.

O desvio padrão apresentado pela carteira (12,8816) mostrou a eficiência da diversificação em relação a D.P das ações calculadas independentes, pois o seu número ficou abaixo da média dos D.P das mesmas. Neste caso não posso afirmar que o efeito diversificação alcançado foi elevado, pois a correlação entre os retornos das ações já era elevado, na média a 0,68% enquanto a correlação da carteira ficou em 0,9230 próximo a 1, o que caracteriza ações perfeitamente relacionadas.

Obs: Corr. = 0 São linearmente independentes.

Corr. = 1 São perfeitamente relacionadas.

Corr. = -1 São inversamente relacionadas.

Quanto ao risco total, obtivemos com sucesso uma queda de 0,8243 em relação ao T. das ações, e só firmando nossa análise tivemos uma queda do risco sistemático (Parcela do risco atribuído ao comportamento de macro-fatores) ao nível de 0,7608 e uma queda do risco não sistemático (Parcela do risco atribuído ao comportamento de micro fatores) ao nível de 0,3172 bem inferior a média.

Após esta análise eu acredito que a composição da nossa carteira em relação ao (Bench Mark), é uma boa alternativa para investimento.

E possível então concluir que o desvio padrão é a possibilidade e maneira matemática de se medir o risco de um investimento quando estamos falando de dois investimentos de mesmo retorno.

Dessa forma criamos um portfolio de investimentos com duas ações diferentes : Ford e IBM, onde decidimos que a ação da ford tinha um retorno esperado de 15% e a da IBM um retorno esperado de 21% foi definido também que o desvio padrão da ford seria de 20% e que o da IBM seria de 40%.

A nossa simulação nos levou a definirmos que 33% do nosso portfolio seria investido em IBM e 67% seria investido em ford a partir daí procedemos o cálculo do retorno esperado deste nosso portfolio.

	Ação 1	Ação 2
Ação 1	$x_1^2 \sigma_1^2$	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$
Ação 2	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$	$x_2^2 \sigma_2^2$

ou no nosso caso (coeficiente covariância entre IBMe Ford= 0,4)

	Ford	IBM
Ford	$x_1^2 \sigma_1^2 = (0,33)^2 \cdot (40)^2$	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 0,33 \cdot 0,67 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 40$
IBM	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 0,33 \cdot 0,67 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 40$	$x_2^2 \sigma_2^2 = (0,33)^2 \cdot (40)^2$

= 495
 $r = \sqrt{495} \cong 22\%$

O que acontece se a covariância for igual a 1 ? E se for igual a -1 ?

	<i>Ação 1</i>	<i>Ação 2</i>
<i>Ação 1</i>	$x_1^2 \sigma_1^2$	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$
<i>Ação 2</i>	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$	$x_2^2 \sigma_2^2$

ou no nosso caso (coeficiente covariância entre IBMe Ford=0,4)

	<i>Ford</i>	<i>IBM</i>
<i>Ford</i>	$x_1^2 \sigma_1^2 = (0,33)^2 \cdot (40)^2$	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 0,33 \cdot 0,67 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 40$
<i>IBM</i>	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 0,33 \cdot 0,67 \cdot 0,4 \cdot 20 \cdot 40$	$x_2^2 \sigma_2^2 = (0,33)^2 \cdot (40)^2$

= 495
 $r = \sqrt{495} \cong 22\%$

O que acontece se a covariância for igual a 1 ? E se for igual a -1 ?

Caso A - Covariância = 1

	<i>Ford</i>	<i>IBM</i>	
<i>Ford</i>	$(0,33)^2 \cdot (40)^2$	$0,33 \cdot 0,67 \cdot 1 \cdot 40 \cdot 20$	$= 707,6$ $r = \sqrt{707,6} = 26,7\%$
<i>IBM</i>	$0,33 \cdot 0,67 \cdot 1 \cdot 40 \cdot 20$	$(0,67)^2 \cdot (20)^2$	

Que é o mesmo que a média ponderada dos desvios padrões: $0,33 \times 40 + 0,67 \times 20 = 26,7$

Caso B - Covariância = -1

	<i>Ford</i>	<i>IBM</i>	
<i>Ford</i>	$(0,33)^2 \cdot (40)^2$	$0,33 \cdot 0,67 \cdot -1 \cdot 40 \cdot 20$	$= 0$ $r = \sqrt{0} = 0$
<i>IBM</i>	$0,33 \cdot 0,67 \cdot -1 \cdot 40 \cdot 20$	$(0,67)^2 \cdot (20)^2$	

Dessa forma concluímos que o investidor terá com isso infinitos portfolios que combinem os ativos selecionados e a melhor combinação dependerá do quanto o investidor estará disposto a arriscar, no nosso exemplo o risco do portfolio por nós criado esteve abaixo dos 40% da Ford e abaixo da média ponderada entre os riscos das duas ações dessa forma conclui-se que diversificar nos levou a diminuir o risco.

Conclui-se finalmente que o risco de um portfolio de ações bem diversificado depende do risco de mercado dos investimentos incluídos no portfolio, sendo assim fica claro que o risco de mercado consiste na média ponderada das covariâncias de todas as ações no portfolio.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

A medida que adicionamos ações ao nosso portfólio começamos a aumentar o risco e dessa forma cada vez mais o risco/ desvio padrão estará em função da da média dos termos da covariância e menos da média dos termos de covariância.

É por isso que se a média dos termos de covariância fosse zero poderíamos ter todo o risco eliminado o que sabemos não ser verdade pois cada ação acrescentada irá diminuir o risco de modo marginalmente decrescente.

Dessa forma temos então dois riscos:

Risco único : risco que pode ser eliminado

Risco diversificável : risco não eliminável

Concluimos então que o trabalho do investidor pode ser dividido em duas partes:

1. Selecionar o melhor portfolio de ações
2. Escolher o portfolio combinado com investimentos sem risco que maximize seu retorno, em função do risco que ele (investidor) estiver disposto a tomar.

Se você tiver melhor informação do que o mercado, comprará ações subvalorizadas. Mas, em mercados eficientes, é bastante difícil ter o monopólio da informação. Neste caso você investirá no portfolio em que todos investirão. Ou seja, o portfolio do mercado será o mais eficiente. Esta é a razão pela qual muitos investidores investem no portfolio de mercado (índices por exemplo).

De forma geral concluímos 4 pontos básicos para a seleção de portfólios:

1. Investidores buscam altos retornos e baixo risco (ou desvio padrão). Portfólios de ações que oferecem o maior retorno para um dado risco são conhecidos como portfólios eficientes;
2. Para saber o impacto marginal de uma ação no risco total de um portfólio, temos que analisar não o risco da ação isoladamente, mas sim como ela contribui para o risco total do portfólio. Esta contribuição é função da sensibilidade da ação em relação a mudanças no portfólio;
3. A sensibilidade da ação à mudanças no portfólio de mercado é conhecida como beta (β). Beta, portanto, mede a contribuição marginal da ação ao risco do portfólio de mercado. O retorno de uma ação é função linear de seu beta;
4. Se os investidores podem investir em ativos sem risco, eles sempre selecionarão a combinação de ativos, com e sem risco, mais interessante para seu gosto. A composição de ativos de risco (ações) refletirá a avaliação do investidor em relação a ação e não ao risco, pois este já foi diversificado. Por não ter informação superior, o investidor sempre terá posições no portfólio de mercado.