

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo incluir flexibilidades gerenciais (tais como técnicas de injeção de gás e água) na avaliação de reservatórios. Concluímos que estas técnicas podem aumentar o valor dos reservatórios em até 25% segundo a teoria de opções reais. A principal vantagem da metodologia de teoria de opções face a tradicional técnica de fluxo de caixa descontado é levar em conta as questões operacionais da indústria do petróleo. Utilizamos dois modelos clássicos para a precificação de reservatórios de petróleo, e aplicamos uma análise de sensibilidade para determinarmos quais fatores são mais relevantes no seu valor econômico. Como era de se esperar em ambos os modelos, o tempo de concessão, bem como a taxa de conveniência e/ou dividend yield foram os fatores mais importantes.

PALAVRAS-CHAVE

Opções Reais; Reservatórios de Petróleo; Engenharia de Reservatórios.

ABSTRACT

This paper analyzes the managerial flexibility embedded in oil reserves (such as techniques of gas and water injection). We have concluded that these techniques can increase the oil reserves value by up to 25% according to the theory of real options. The main advantage of real option approach over discounted cash flow approach is to include the operational issues in the oil and gas industry. We have used two classical models to value oil reserves. We have also performed sensitivity analyzes to confirm that both concession time and convenience and/or dividend yields are the most important factors.

KEY WORDS

Real Options; Oil and Gas Reserves; Reservoir Engineering.

SUMÁRIO

I.	Introdução	3
II.	Reservas de petróleo como opções reais	6
III.	Avaliação de reservas de petróleo.....	10
	1. O modelo de Paddock, Siegel e Smith (1988).....	11
	2. O modelo de Brennan e Schwartz.....	13
	3. Diferenças entre os modelos de opções.....	14
	4. Descrição dos parâmetros	14
IV.	Aplicação a um reservatório hipotético.....	16
	1. Descrição do reservatório	16
	2. Resultados	18
	3. Análise de sensibilidade	21
V.	Considerações finais.....	22
VI.	Bibliografia	24
VII.	Anexos	27
	Anexo A – Campos em desenvolvimento e em produção no Brasil.....	27
	Anexo B – Dados do reservatório hipotético.....	31
	Anexo C – Códigos dos programas para cálculo do valor da opção	35

OPÇÕES REAIS: EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA AVALIAÇÃO DE RESERVAS PETROLÍFERAS¹

*Richard Saito*²

*Guilherme Nogueira de Castro*³

I. INTRODUÇÃO

A análise do fluxo de caixa descontado (FCD) é a técnica mais conhecida entre os analistas financeiros para determinar o valor econômico de um projeto. Contudo, há situações onde aspectos estratégicos e operacionais não são considerados na análise do FCD. Por exemplo, suponha que uma empresa de petróleo tenha reservas, cujo custo de produção seja no momento da análise maior que o seu preço de mercado esperado para os próximos anos. Certamente, não há justificativa econômica para iniciarmos a produção de petróleo. Contudo, suponha que por algum motivo há possibilidade de que ocorra viabilidade econômica devido a volatilidade da conjuntura atual (e.g. falta de abastecimento, aumento de impostos de importação, etc.), e conseqüentemente seja interessante termos a opção de explorar a reserva. Estas possibilidades de interromper, de aumentar e/ou diminuir a produção, e de iniciar a produção representam claramente opções. Estas opções tem um valor econômico aos seus administradores. Em particular, a área de exploração,

¹Os autores agradecem os comentários e os dados do reservatório fornecidos por Denis Schiozer do Centro de Estudos de Petróleo da UNICAMP.

² Professor do Departamento de Finanças da EAESP/FGV.

³ Mestrando no Programa de Administração da EAESP/FGV.

desenvolvimento e produção de petróleo e gás representa uma oportunidade de aplicarmos a teoria de opções reais⁴ para sua avaliação.

Na indústria de petróleo e gás é comum os administradores esperarem um ano ou mais antes de decidir pela exploração e/ou desenvolvimento de uma reserva. Algumas razões para a espera podem incluir (i) melhor certeza sobre o mercado internacional de petróleo; (ii) melhores custos de capital para o financiamento do projeto; (iii) desenvolvimento do projeto em dois estágios para avaliar o potencial da reserva; (iv) desenvolvimento de novas tecnologias de exploração, desenvolvimento e produção; e (v) negociação de melhores parceiros tecnológicos e comerciais. Para estes casos, o valor da opção de esperar pode ser alto. Uma implicação interessante é que um projeto com valor presente líquido negativo hoje, pode tornar-se viável amanhã, e justamente esta diferença é representada pelo valor da opção de flexibilidade dada aos administradores.

A literatura de opções reais aplicados a problemas de orçamento de capital é extensa. Particularmente, salientamos os trabalhos de Brennan e Schwartz (1985) e Siegel, Smith e Paddock (1988) para avaliação de reservas de recursos naturais. A metodologia utilizada por ambos é a aplicação da teoria de opções e do modelo de equilíbrio em mercadorias (“commodities”) para a avaliação de reservas naturais. Neste trabalho, implementamos e adaptamos os dois trabalhos para comparar com as principais práticas da indústria. Estas práticas incluem: (i) o parâmetro de \$3/barril usado pelos bancos de investimentos⁵ para a precificação de reservas a desenvolver, e (ii) o valor de 1/3 (um terço) do preço de mercado⁶ para precificar as reservas segundo especialistas do mercado.

⁴ O termo “opção” é em geral relacionado com opções financeiras (sobre ativos financeiros), tais como opção sobre IBOVESPA. Já opções reais incluem ativos reais como ativos-objetos.

⁵ Interessante notar que os relatórios dos bancos de investimento – ING Barings e Deutch Bank Research – utilizam o parâmetro de \$3 por barril.

⁶ Para maiores detalhes, veja Gruy, Garb e Wood (1982).

Este trabalho é oportuno por analisar o valor econômico dada a concessão pelo Governo Federal à iniciativa privada da exploração, do desenvolvimento e da produção de reservas de petróleo e gás. Esta concessão pode incluir não somente a exploração de uma reserva de petróleo, mas também o seu desenvolvimento e produção. A oportunidade de concessão ao setor privado é consequência das limitações de investimento da Petrobrás, bem como pela desregulamentação do setor de petróleo. Para os próximos cinco anos, a Petrobrás pretende firmar parcerias para desenvolver projetos no valor de US\$75 bilhões, além de empreendimentos consorciados na indústria de petróleo e gás. De acordo com o governo, a produção brasileira deve crescer dos atuais 940 milhões de barris por dia (bpd) para mais de 1.500 milhões bpd em 2005, como resultado deste programa de investimento.

Em contrapartida à concessão à iniciativa privada, o Governo Federal receberá *royalties*⁷ além de aluguel da área concessionada. O valor do *royalty* a ser pago pelo concessionário ao governo representa um dos principais tópicos de interesse do regulador. A regulamentação da exploração, o desenvolvimento e a produção de reservas de petróleo cabe à Agência Nacional de Petróleo (ANP)⁸, autarquia vinculada ao Ministério das Minas e Energia.

Este artigo tem como objetivo apresentar, implementar, comparar e criticar as metodologias utilizadas para a precificação de reservas de petróleo. A nossa contribuição consiste em avaliar as vantagens e as desvantagens de cada modelo de acordo com as incertezas inerentes no processo de exploração, de desenvolvimento, e de produção. Para cada uma destas fases, temos variáveis mais críticas quanto a sua incerteza, e para tanto, o modelo apropriado ou mais recomendado deve ser levado em consideração. Isto deve ser feito conciliando-se os aspectos tecnológicos

⁷ O Anexo A apresenta os desembolsos com royalties e aluguel de áreas para campos em desenvolvimento de produção e campos em produção.

⁸ De acordo com o artigo 5º e 23 da Lei nº 9.478/97 (“Lei do Petróleo”), a União Federal poderá permitir que empresas estatais ou privadas, constituídas sob as leis brasileiras e com sede e administração no País, realizem atividades de exploração e produção de petróleo e gás natural no País, mediante contratos de concessão, precedidos de licitação. Esta lei quebra o “monopólio” antes privilégio da Petrobrás, e possibilita que empresas privadas atuem em todos os segmentos da cadeia produtiva do petróleo desde a exploração até a distribuição.

das reservas brasileiras, aliando-os às práticas de engenharia financeira e de engenharia de simulação de reservatórios. Os resultados nos mostram a sensibilidade do valor das reservas quanto a tecnologia, volatilidade dos preços do petróleo, e modelo de opções utilizado.

Organizamos este artigo como se segue. Na seção II revimos as características de uma reserva de petróleo e descrevemos sua precificação através da teoria de opções. A seção III descreve os modelos de Brennan e Schwartz (1985) e Siegel, Smith e Paddock (1988), e os implementa em código de computador sob três condições de tecnologia de exploração (i.e. sem injeção, com injeção de água e com injeção de gás). Os resultados são apresentados e analisados na seção IV. Comentários finais e sugestões para futuras pesquisas são objetos da seção V.

II. RESERVAS DE PETRÓLEO COMO OPÇÕES REAIS

Quando falamos em opções, geralmente associamos a opção de compra ou de venda de um ativo financeiro. No caso de opções reais os ativos-objetos correspondentes são ativos *reais*. Por exemplo, imagine que um empreendedor tenha um projeto de construir um hotel de 40 suites e, para tanto, ele tenha a opção de construir em duas fases: (i) a primeira fase ele pode construir a infra-estrutura e as primeiras 20 suites, (ii) em uma segunda fase, dependendo do crescimento da demanda, ele pode optar por completar o projeto original do hotel.

O exemplo do parágrafo anterior representa uma opção real dada ao empreendedor de ter flexibilidade gerencial, respondendo de acordo com as condições de mercado. Os tipos opções reais podem ser classificadas como⁹: opções de crescer, opção de expandir; opção de esperar; opção de mudar os as fontes de insumo, de produtos ou processos de produção; opção de contratar escala adicional; e opção de abandonar.

⁹ Trigeorgis (1995) apresenta em detalhes os tipos de opções reais segundo a classificação sugerida no texto.

No caso de indústrias intensiva em capital, tal como no caso de petróleo e gás, as opções de abandono representam uma alternativa no caso, por exemplo, de a margem de contribuição diminuir consideravelmente. Também é natural encontramos a opção de esperar o desenvolvimento e a produção de uma reserva de petróleo já que o seu início é irreversível. A opção de comprar contrair ou aumentar a escala representa uma alternativa de atender a demanda sem incorrer custos fixos desnecessários. A opção de mudar o *mix* de produção, seus insumos ou ainda os processos de produção podem ser encontrados no uso da terra para diferentes culturas, trabalhadores com habilidades diversas, e planta de co-geração que pode tanto usar carvão como gás natural.

Especificamente para o caso de reservas de petróleo temos três fases: exploração, desenvolvimento, e produção. A fase de exploração envolve atividades de perfuração e estudos sísmicos para obter informações sobre as quantidades de reservas de hidrocarboneto, bem como os seus custos (e as tecnologias mais adequadas) para extrai-los. A exploração de uma potencial reserva tem como objetivos (i) determinar o tamanho do reservatório em termos; (ii) averiguar a qualidade do meio de transmissão do hidrocarboneto (e.g. viscosidade do óleo, e porosidade da rocha); e (iii) identificar a qualidade do óleo (e.g. densidade, e *mix* de hidrocarbonetos). Após a fase de exploração o concessionário poderá mapear o reservatório de forma a estabelecer os poços e o uso de tecnologia de modo a extrair petróleo e gás a maior quantidade ao menor custo.

O segundo estágio se refere ao desenvolvimento da reserva, ou seja, uma vez identificado o potencial de hidrocarbonetos da reserva e sua tecnologia para desenvolvê-lo, o concessionário tem a opção de realizar as perfurações e instalar as plataformas de produção para iniciar a extração de petróleo e gás. Durante esta fase, o uso de engenharia de petróleo através da simulação de reservatórios é extensivamente utilizada para determinar justamente o plano de desenvolvimento do reservatório.

Finalmente, durante o estágio de produção, o concessionário pode exercer a opção de extrair os hidrocarbonetos. Para exercer esta opção, o concessionário deve levar em consideração parâmetros tais como, qualidade do petróleo, expectativas futuras de extração e seus custos, política de impostos e *royalties* ao governo, e preços dos hidrocarbonetos. Tais parâmetros relacionados ao mercado podem ser determinados com razoável tolerância, contudo aspectos de operação e tecnológicos são mais difíceis de determinar para reservas em gerais.

A determinação do potencial de um reservatório de petróleo é extremamente difícil, dada a sua complexidade. Todo reservatório possui três tipos de fluido - óleo, gás e água - e em cada caso existe uma relação íntima entre os três. As características da rocha, a temperatura, a viscosidade dos fluidos, a pressão e até mesmo a forma do reservatório são fatores que influenciam profundamente no comportamento dos fluidos e indicam ou não a viabilidade de desenvolvimento e exploração do mesmo. Em muitos casos é decidido que reservatórios não são economicamente viáveis, apesar de possuírem quantidades bastante significativas de óleo e gás.

Com o recente avanço de ferramentas computacionais, pode-se simular um reservatório através da modelagem de cada elemento infinitesimal como no caso do uso de métodos finitos para cálculo estrutural. Tipicamente, um modelo simula como as ações de uma sonda combinado com outras sondas que podem injetar gás ou água fazem fluir o óleo (com maior pressão) pela sonda até a superfície. Conforme a continuidade da produção, a pressão inferior que era maior dilui-se e necessita-se de alternativas para a extração dos hidrocarbonetos. O material que chega à superfície é óleo cru quente, algumas vezes acompanhado de gás natural. O óleo cru é uma mistura de petróleo líquido e gases em várias combinações. Cada um dos componentes possui algum tipo de valor, mas somente isolados num processo de refino.

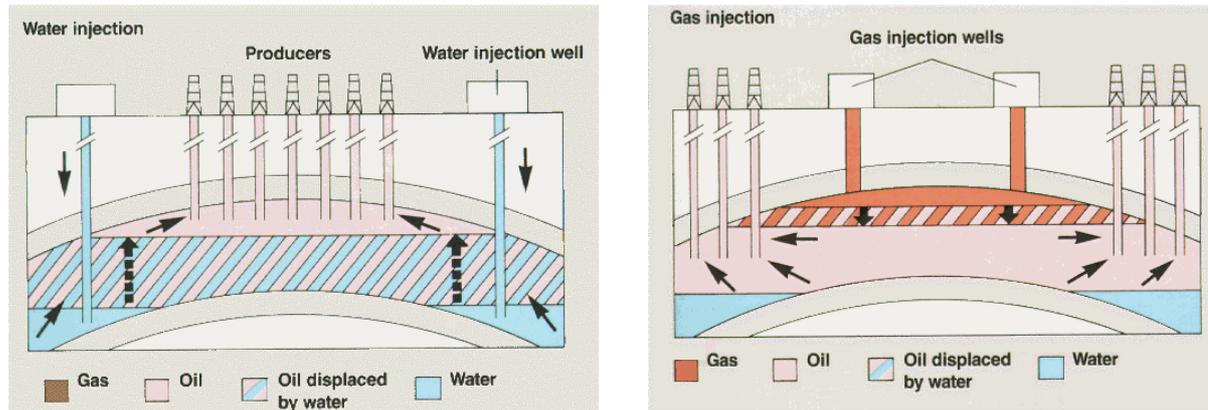
Justamente para melhorar o rendimento de extração de óleo, utilizam-se técnicas que possibilitam aumento de pressão para dar continuidade do fluxo de petróleo à

superfície. As técnicas incluem injeção de água, injeção de gás, e produtos químicos que funcionam como detergentes (que fazem com que o óleo encrostado nas rochas se separe das mesmas), injeção de vapor, e aumento de temperatura.

Como se pode ver na Figura 1, a água é o fluído localizado nas maiores profundidades, estando abaixo dos demais. O método da injeção de água consiste na colocação de mais água, por meio de poços localizados estrategicamente, no fundo do reservatório para que aumente a pressão existente. Devido a esse procedimento, a pressão abaixo do óleo aumenta e o empurra para cima, fazendo com que este flua para os poços produtores. A injeção de gás é o outro método bastante utilizado para a maior recuperação de óleo existente nos reservatórios. Através de poços injetores de gás, nos quais existem compressores para empurrar a cobertura de gás para baixo, aumenta-se a pressão existente sobre o óleo. Como a pressão existente abaixo do óleo é maior do que nos poços produtores, quando o gás empurra o óleo para baixo, isto faz com que o óleo entre nas estações produtoras e flua para a superfície.¹⁰

¹⁰ Ao contrário do que se possa pensar, a injeção de água é mais cara do que a injeção de gás. A inserção da água é feita a grandes profundidades, o que acarreta maiores gastos operacionais com energia e manutenção. Porém, a injeção de gás exige que sejam colocados compressores extras para que a pressão acima do óleo seja maior do que a de baixo, acarretando custos de desenvolvimento maiores.

Figura 1
Técnicas de Injeção de Água e de Gás



(a) Injeção de Água

(b) Injeção de Gás

A idéia básica é que a pressão existente no reservatório direcione o óleo à superfície. Dada a grande complexidade das características dos fluidos em função das condições locais de pressão e temperatura, utilizamos técnicas de simulação de reservatórios para obter a maior extração possível do óleo a um baixo custo.

A principal contribuição deste trabalho é poder integrar técnicas recentes de engenharia de simulação de reservatórios, com técnicas de precificação de opções reais. Particularmente, isto se mostra conveniente a medida que nos últimos anos as técnicas de extração de petróleo tem evoluído para o uso combinado de injeção de gás e de água.

III. AVALIAÇÃO DE RESERVAS DE PETRÓLEO

Alternativamente à abordagem tradicional de Fluxo de Caixa Descontado, utilizamos a teoria de opções reais para determinarmos o valor de contratos de

concessão de exploração de reservas de petróleo. Escolhemos dois modelos para avaliarmos os reservatórios – Paddock, Siegel e Smith (“PSS”, 1988) e Brennan e Schwartz (“BS”, 1985) – revisados na seção III, subseções 1 e 2 respectivamente. A subseção 3 ressalta as principais diferenças entre os dois modelos. Finalmente, a subseção 4 apresenta os parâmetros utilizados no uso dos modelos.

Há dois métodos para determinar o valor de opções cujos ativos-objetos seguem um processo estocástico Browniano. O primeiro, utilizado por BS, replica uma carteira cujo risco é nulo, e é descontado a taxa livre de risco. Para anularmos a estocasticidade da carteira, determinamos a função diferencial do derivativo correspondente através do Lema de Itô. O segundo método desenvolve um modelo de equilíbrio para o ativo objeto, e integrá-lo a este modelo, conforme desenvolvido em PSS, cuja derivação é baseado no trabalho de McDonald e Siegel (1983).

1. O MODELO DE PADDOCK, SIEGEL E SMITH (1988)

O modelo desenvolvido por Paddock, Siegel e Smith (1988) precifica concessões de reservas de petróleo offshore ou reservas já desenvolvidas. O desenvolvimento do modelo segue os seguintes passos: (i) demonstra-se como integrar um modelo explícito de equilíbrio de mercado para o ativo real - no caso, reservas de petróleo desenvolvidas - utilizando a teoria OV para derivar o valor da opção. Este desenvolvimento é importante para que a avaliação do valor da opção seja feita dentro de um cenário livre de risco; e (ii) usando-se um contrato de concessão como exemplo, é especificado um problema de avaliação em detalhe suficiente para examinar os problemas teóricos e práticos envolvendo a extensão da teoria de avaliação de opções financeiras para casos reais. Neste momento são descritas as diferenças entre as opções financeiras e as opções reais, e mostrado como os obstáculos que surgem desta analogia podem ser superados.

Incluindo as modificações necessárias na equação de Black-Scholes, para que esta calcule o valor de uma opção americana que paga dividendos, chega-se à seguinte equação:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = rX - (r - \delta)S \frac{\partial X}{\partial S} - \frac{1}{2} \sigma_s^2 S^2 \frac{\partial^2 X}{\partial S^2}$$

onde r é a taxa livre de risco, S é o valor do reservatório, X é o custo de explorá-lo (ou desenvolvê-lo, dependendo da fase, e representa o nosso preço de exercício), σ_s^2 a variância do valor do reservatório, e δ o correspondente pagamento de dividendos (representado pelo lucro operacional da reserva). O Exemplo abaixo mostra como podemos utilizar este modelo.

Considere a seguinte versão simplificada para avaliar uma propriedade offshore com reservas estimadas em 50 milhões barris de petróleo, onde o valor presente de desenvolvimento é \$12 por barril e o tempo para desenvolvê-la é 2 anos. A empresa tem a concessão de explorar esta reserva nos próximos 20 anos, e o valor marginal por barril de petróleo é \$12 por barril (i.e. preço por barril – custo marginal por barril). Uma vez desenvolvida, a produção anual corresponde a 5% do valor das reservas. A taxa livre de risco é 8% e a variância em $\ln(\text{preço do petróleo})$ é 3%.

Uma simples forma de calcular o valor da reserva é utilizar a equação de Black-Scholes para estimar o valor desta opção real: (i) Valor corrente do ativo, V , ou seja, valor da reserva desenvolvida trazida a valor presente: $\$12 \times 50 / (1.05)^2 = \544.22 ; (ii) preço de exercício, X , valor presente do custo de desenvolvimento: $\$12 \times 50 = \600 milhões; (iii) tempo que expira a opção: 20 anos; (iv) Variância no valor do ativo-objeto: 3%; (v) Taxa livre de risco: 8%; e (vi) *Dividend yield* = valor da produção anual/valor da reserva: 5%. A partir destas informações, calculamos os parâmetros $d_1 = 1.0359$, e $d_2 = 0.2613$. Isto implica um valor da opção igual a \$97

milhões¹¹, ou seja, apesar do alto custo de desenvolvimento, o reservatório tem um valor econômico, pois há possibilidade de os preços aumentarem no futuro.

2. O MODELO DE BRENNAN E SCHWARTZ

O modelo de Brennan e Schwartz (BS) é desenvolvido para recursos naturais e não especificamente para a indústria de petróleo como o anterior. O modelo baseia-se no conceito de encontrar um *portfolio* que possua a propriedade de replicar os fluxos de caixa a serem avaliados. O valor presente dos fluxos de caixa é portanto igual ao valor corrente do *portfolio* replicado. As premissas limitadoras do modelo apontadas pelos autores são¹²: (i) os recursos explorados são homogêneos ao longo do tempo; (ii) a quantidade de recursos existentes na jazida é conhecida, ou seja, no caso onde envolve a etapa de exploração de petróleo, este não é adequado, sendo útil apenas para o caso de reservatórios já desenvolvidos; (iii) os custos são conhecidos e; (iv) as taxas de juros são não estocásticas. A equação de Brennan e Schwartz para a avaliação de opções é apresentada abaixo:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = rX - \left(r - \frac{C}{S} \right) S \frac{\partial X}{\partial S} - \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 X}{\partial S^2}$$

onde C é a *convenience yield* para o mercado de petróleo. Os outros parâmetros são os mesmos da equação do modelo PSS.

¹¹ Basta colocar os parâmetros na equação de Black-Scholes:

$$C = \$544.22 \exp^{(-0.05)(20)} (0.8498) - \$600 \exp^{(-0.08)(20)} (0.6030) = \$97.08 \text{milhões}$$

¹² A colocação destas premissas faz-se necessária pois o modelo foi desenvolvido para além de avaliar as reservas, encontrar a política de produção ótima, a qual não será tratada neste trabalho.

3. DIFERENÇAS ENTRE OS MODELOS DE OPÇÕES

O modelo PSS desenvolve-se baseado numa análise de equilíbrio de mercado enquanto o modelo BS usa um *portfolio* auto-financiado para o seu desenvolvimento. Uma diferença importante entre os modelos é a premissa quanto à produção de óleo durante a vida útil do reservatório. O modelo PSS considera que o decaimento da produção é exponencial enquanto o modelo BS parte da premissa que a taxa de produção é constante. Em reservatórios reais, a taxa de produção cai exponencialmente, porém a produção, em quase todos os casos, é dimensionada para que os equipamentos e tubulações tenham a sua utilização maximizada no tempo.

Uma outra diferença importante é o parâmetro utilizado como o retorno devido à utilização do reservatório como fonte de rendimentos. No modelo PSS é utilizado uma variável equivalente ao dividendo de uma ação enquanto no modelo BS usa-se a *convenience yield*.

4. DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS

Os principais parâmetros para o uso do modelo são:

- **Valor da Reserva Desenvolvida:** Seguindo o estudo de Gruy, Garb e Wood (1982), há uma prática do mercado onde o valor das reserva desenvolvida equivale a um terço do valor do preço do óleo cru no mercado. Portanto, como o preço do óleo cru está projetado a US\$16,00¹³ por barril para 1999, o valor de uma reserva desenvolvida é aproximadamente US\$5,33 por barril.
- **Desvio Padrão do Valor da Reserva:** Utilizamos como *proxy* ao desvio padrão do valor das reservas, o desvio padrão do preço do óleo cru, pela sua liquidez e pela confiabilidade e transparência na divulgação dos seus dados.

¹³ Estimativa da Paine Webber Company e ING Barings Research.

Os valores trimestrais dos preços a vista do óleo cru possuem um desvio padrão, σ , igual a 3,96% ao ano.

- ***Custos de Exploração e Desenvolvimento:*** Os custos de exploração e desenvolvimento utilizados foram os dados de uma pesquisa feita no Canadá pela empresa Peters & Co. Limited (1998), especializada na indústria de petróleo. Utilizando uma amostra de 74 empresas de petróleo, estimou-se o valor de US\$5,54 por barril em relação aos custos de exploração e desenvolvimento. Estes valores já foram trazidos a valor presente, considerando o período relativo às operações. Considera-se que o tempo de desenvolvimento para um reservatório *offshore* seja de 3 anos em média.
- ***Tempo de Concessão:*** O tempo de concessão contratual referente à nova lei do setor de petróleo é de 30 anos, porém o valor utilizado no caso estudado foi de 10 anos já que os dados obtidos se referem a este período.
- ***Taxa Livre de Risco:*** A taxa livre de risco utilizada foi a média dos retornos dos títulos do tesouro americano para um período de 10 anos referentes ao mês de setembro de 1998. O valor utilizado foi igual a 4,27% ao ano.
- ***Receita Líquida menos Depleção:*** A receita líquida utilizada menos a depleção foi encontrada utilizando-se 4 premissas básicas: (I) o valor de uma reserva desenvolvida por barril é igual a um terço do preço de mercado do óleo cru; (ii) os custos operacionais da Petrobrás são de US\$6,40 por barril. Também foi feita uma análise utilizando-se o valor de US\$4,80 por barril, já que a maioria das empresas possuem custos operacionais dentro desta faixa de valores, (iii) a depreciação representa 20 % (vinte por cento) do preço de mercado do óleo cru; (iv) a taxa de produção anual é considerada de 10% ao ano dado que o período estudado é de 10 anos. O valor calculado é de 2,47% ao ano (equivalente ao conceito de “*dividend yield*”).

- **Convenience Yield:** O valor utilizado para a *convenience yield* foi de 1% (um por cento) seguindo o trabalho de Brennan e Schwartz (1985).

IV. APLICAÇÃO A UM RESERVATÓRIO HIPOTÉTICO

Para mostrar um exemplo de como o modelo pode ser utilizado na prática, utilizamos um reservatório hipotético, cujos dados de simulação¹⁴ encontram-se no Anexo B. Organizamos esta exemplo de aplicação como se segue. A seção IV, subseção 1, mostra o modelo do reservatório. Os valores dos parâmetros são aqueles descritos na seção III, subseção 4. Os resultados são apresentados na seção IV, subseção 2. Finalmente, a seção IV, subseção 3, mostra a sensibilidade dos valores dos reservatórios à variações dos parâmetros.

1. DESCRIÇÃO DO RESERVATÓRIO

O reservatório hipotético possui um poço produtor e um poço injetor (de gás ou água). O modelo numérico de simulação do campo é um modelo de diferenças finitas onde o reservatório é dividido em blocos (no caso do exemplo, em 300 blocos) e o modelo simula o fluxo do petróleo ao longo do tempo.

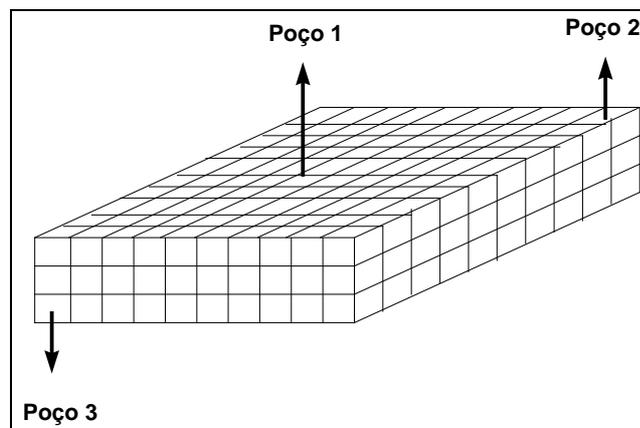
Para a simulação considerou-se um poço produtor - poço 1 - no bloco central do reservatório, como se faz na prática, e analisou-se três casos separados. O primeiro caso - **Caso0** - utilizou-se apenas as forças naturais existentes num reservatório, já discutidas no capítulo 1, para a produção de óleo. O segundo caso - **CasoGas** - além das forças naturais houve injeção de gás por um segundo poço - poço 2 - para o aumento no fator de recuperação do reservatório. E por fim, no terceiro caso -

¹⁴ Os dados foram gentilmente cedidos pelo Prof. Denis J. Schiozer, chefe do Centro de Estudos de Petróleo da Unicamp.

Caso Agua - houve injeção de água através do poço 3. O esquema é apresentado na Figura 2.

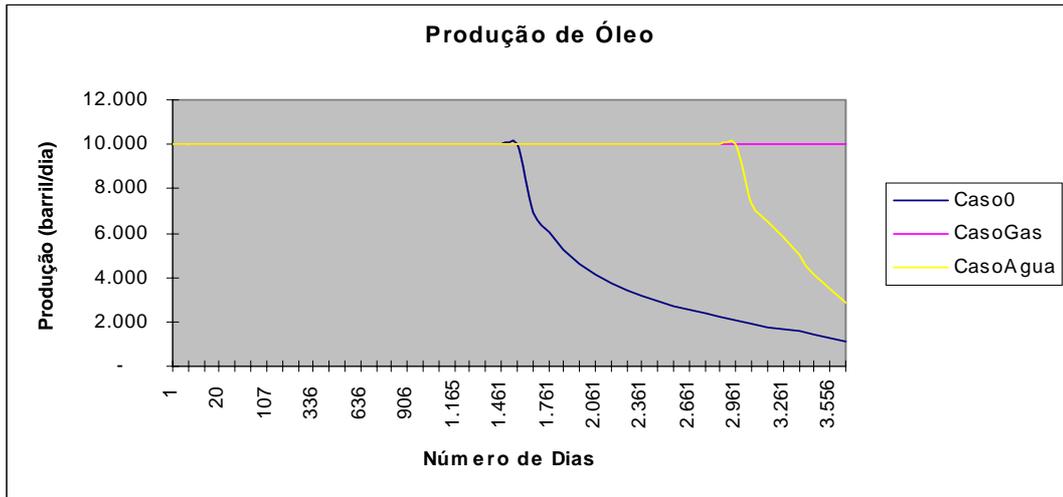
Figura 2

Reservatório Hipotético



Nos três casos foi imposta a condição de extração de 10.000 barris diários do poço produtor (poço 1). Além desta, foi imposta uma condição de parada após 10 anos. Dadas estas condições simulamos o comportamento do reservatório para obtermos as taxas anuais de produção para os três casos mostradas no Figura 3.

Figura 3
Taxas Anuais de Produção sob Três Técnicas



A produção total do reservatório ao longo de 10 anos para cada caso: (i) **Caso0**: 25,7 milhões de barris; (ii) **CasoAgua**: 35,6 milhões de barris; e (iii) **CasoGas**: 36,5 milhões de barris.

2. RESULTADOS

Os resultados encontrados estão nas Tabelas 1 e 2 a seguir. As equações diferenciais parciais, por não possuírem solução analítica, foram resolvidas numericamente, utilizando o método das diferenças finitas explícitas¹⁵ (Anexo C).

¹⁵ Outras técnicas de resolução de equações diferenciais são descritas em Saito e Rochman (1998).

Tabela 1
Valor da Opção segundo Modelo PSS

Cálculo do Valor da Opção pelo Modelo de Paddock, Siegel e Smith												
$\sigma = 3,96\%$, $r = 4,27\%$ e $OC = 6,4$												
S / X	t = 0	t = 3	t = 6	t = 9	t = 10	t = 12	t = 15	t = 18	t = 21	t = 24	t = 27	t = 30
Out-of-the-Money												
0.80	0.00000	0.00000	0.00000	0.00908	0.02242	0.03034	0.06245	0.10179	0.14438	0.18695	0.22738	0.26467
0.85	0.00000	0.00000	0.01172	0.04961	0.05051	0.09208	0.13890	0.18576	0.23018	0.27118	0.30876	0.34335
0.90	0.00000	0.00000	0.02366	0.06353	0.08578	0.11157	0.16151	0.20955	0.25399	0.29456	0.33165	0.36588
0.95	0.00000	0.03798	0.08776	0.14137	0.16687	0.19384	0.24295	0.28824	0.33007	0.36898	0.40545	0.43975
At-the-money												
1.00	0.00000	0.05239	0.11020	0.16712	0.18695	0.22027	0.26899	0.31372	0.35515	0.39387	0.43030	0.46975
In-the-Money												
1.05	0.00000	0.13144	0.18919	0.24351	0.26873	0.29406	0.34121	0.38538	0.42689	0.46594	0.50269	0.54305
1.10	0.00000	0.16059	0.21805	0.27168	0.29035	0.32174	0.36865	0.41277	0.45431	0.49341	0.53018	0.57056
1.15	0.00000	0.23059	0.28758	0.34104	0.36056	0.39123	0.43839	0.48271	0.52436	0.56349	0.60994	0.64159
1.20	0.00000	0.26058	0.31752	0.37096	0.38979	0.42117	0.46837	0.51271	0.55435	0.59349	0.63995	0.67159

Tabela 2
Valor da Opção segundo Modelo BS

Cálculo do Valor da Opção pelo Modelo de Brennan e Schwartz												
$\sigma = 3,96\%$, $r = 4,27\%$ e $C = 1,0\%$												
S / X	t = 0	t = 3	t = 6	t = 9	t = 10	t = 12	t = 15	t = 18	t = 21	t = 24	t = 27	t = 30
Out-of-the-Money												
0.80	0.00000	0.00000	0.00000	0.01247	0.03292	0.04142	0.08239	0.12655	0.16569	0.19526	0.21480	0.22654
0.85	0.00000	0.00000	0.02059	0.06008	0.08302	0.10905	0.15650	0.19503	0.22247	0.24061	0.25267	0.26134
0.90	0.00000	0.00000	0.02902	0.07855	0.09807	0.13419	0.18353	0.22052	0.24530	0.26136	0.27252	0.28119
0.95	0.00000	0.04148	0.09845	0.15662	0.17714	0.20571	0.24228	0.26810	0.28676	0.30110	0.31238	0.32076
At-the-money												
1.00	0.00000	0.05782	0.12503	0.18628	0.20452	0.23384	0.26763	0.29154	0.30966	0.32428	0.33595	0.34401
In-the-Money												
1.05	0.00000	0.13831	0.19929	0.24868	0.22051	0.28619	0.31468	0.33695	0.35441	0.36747	0.37627	0.40664
1.10	0.00000	0.16963	0.22967	0.27669	0.29586	0.31262	0.34079	0.36339	0.38114	0.39410	0.40249	0.43306
1.15	0.00000	0.23493	0.28847	0.33081	0.34919	0.36413	0.39021	0.41006	0.42427	0.43352	0.47759	0.48379
1.20	0.00000	0.26497	0.31795	0.36017	0.37058	0.39369	0.41990	0.43958	0.45341	0.46220	0.50657	0.51609

Para utilizar as Tabelas acima, procede-se da seguinte forma:

- Calcule o valor presente de uma reserva desenvolvida. Como comentado anteriormente, este passo já foi feito, chegando-se ao valor de $S = \text{US\$ } 5,54/\text{barril}$;
- Calcule o custo de seu desenvolvimento, e conseqüentemente a razão $S/X = 5,33/5,54 = 0.96$;

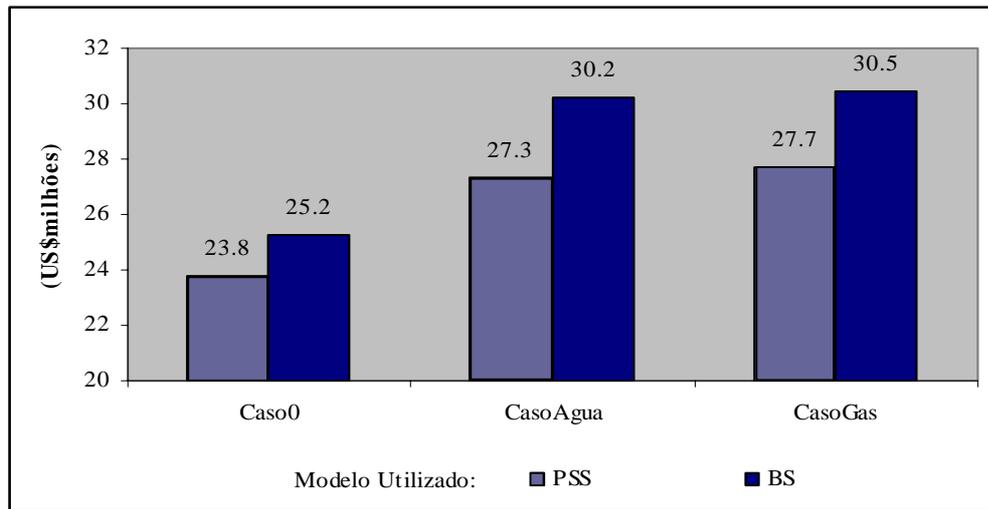
- Calcule o valor da reserva a ser desenvolvida das Tabelas 1 e 2, e parâmetro S/X igual a 0,96. Temos para o **Caso0**: (i) segundo Tabela 1 (PSS): valor do reservatório igual a $0,16687 \times 5,54 \times 25,7$ milhões de barris US\$23,8 milhões, e (ii) segundo Tabela 2 (BS): o valor do reservatório será igual a $0,17714 \times 5,54 \times 25,7$ milhões que resulta um valor econômico igual a US\$25.2 milhões.

A avaliação anterior considerou o **Caso0**, e quais seriam os valores dos reservatórios com técnicas de injeção a gás e a água? Para compararmos os valores segundo estes três critérios de extração, utilizamos as seguintes premissas: (i) o custo de um poço injeto (a água ou a gás) foi fixado em US\$7,5 milhões; (ii) o custo de desenvolvimento é assumido igual a US\$ 5,54 por barril (mais o custo dos poço(s) injetor(es) para os casos **CasoAgua** e **CasoGas**¹⁶); (iii) os custos operacionais nos **CasoAgua** e **CasoGas** serão maiores, sendo que o custo de injeção de água é de US\$0,50/barril e de injeção de gás é de US\$0,10/barril¹⁷.

A partir das considerações do *trade-off* entre custo adicional de desenvolvimento e produção vis-à-vis a potencialidade de maior nível de produção, chegamos a conclusão que o incremento de poços injetores é limitado. A partir de três poços injetores, o **Caso0** é o melhor caso, dado o alto custo de desenvolvimento e operacional. Contudo, as técnicas de simulação de reservatório nos evidenciam que a melhor solução é o **CasoGas** com um poço injetor. A Figura 4 mostra quanto que estas técnicas de engenharia de reservatórios pode agregar valor para a empresa proprietária do reservatório.

¹⁶ Por exemplo, o aumento do custo de desenvolvimento para o **CasoAgua** foi calculado dividindo-se o custo de desenvolvimento de 1 (um) poço - US\$7,5 milhões pela quantidade de barris produzida - 35.561.220 barris – chegando-se ao valor de US\$0,21 por barril. O custo total de desenvolvimento considerado foi de US\$5,75 por barril (US\$5,54 + US\$0,21). Para o **CasoGas** foi acrescido o valor de um compressor - US\$2,5 milhões – ao custo do poço, implicando um custo de desenvolvimento de US\$10 milhões. Dividindo-se este valor pela produção, – 36.500.000 de barris - o custo adicional é de US\$ 0,27. O custo de desenvolvimento para este caso é portanto de US\$ 5,81.

¹⁷ Os custos de injeção foram fornecidos pela CEPETRO – Centro de Estudos de Petróleo – da UNICAMP.

Figura 4**Valor do Reservatório segundo Três Técnicas**

3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Como toda opção financeira, os valores dos reservatórios precificados segundo a teoria da opção são sensíveis as variações de seus parâmetros¹⁸, tais como: (i) taxa livre de risco; (ii) custos operacionais e de desenvolvimento; (iii) tempo da concessão; (iv) “*convenience yield*” e/ou “*dividend yield*”; (v) volatilidade do preço (valor) do petróleo.

¹⁸ As chamadas “gregas” na teoria de opções.

Como exercício, variamos cada um destes parâmetros em 1%, a fim de determinarmos a “elasticidade” do valor da opção em relação a cada um destes. Os resultados estão apresentados na Tabela 3 abaixo.

Tabela 3
Análise de Sensibilidade

Parâmetro	Modelo BS (%)	Modelo PSS (%)
Taxa Livre de Risco	1,25	4,32
Convenience Yield	(3,13)	-
Incremento no Dividendo	-	(1,19)
Volatilidade do Preço do Petróleo	0,11	2,52
Tempo até expirar a concessão	2,88	8,74

Note que o valor do reservatório é sensível a taxa de convenience e/ou dividend yield, bem como o tempo até expirar a concessão. Isto nos evidencia que os termos de concessão são importantes no processo de licitação (nível de royalties e tempo da concessão).

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo incluir flexibilidades gerenciais (tais como técnicas de injeção de gás e água) na avaliação de reservatórios. Concluimos que esta técnicas podem aumentar o valor dos reservatórios em até 25% segundo a teoria de opções reais. A principal vantagem da metodologia de teoria de opções face a tradicional técnica de fluxo de caixa descontado é levar em conta as questões operacionais da indústria do petróleo.

Utilizamos dois modelos clássicos para a precificação de reservatórios de petróleo, e aplicamos uma análise de sensibilidade para determinarmos quais fatores são mais relevantes no seu valor econômico. Como era de se esperar em ambos os modelos, o tempo de concessão, bem como a taxa de convenience e/ou dividend yield foram os fatores mais importantes.

O modelo de Brennan e Schwartz (B&S) considera a taxa de extração como constante ao longo do tempo. Esta consideração pode ser válida dentro da etapa inicial de produção do reservatório, mas durante todo o período, isto não ocorre. No modelo proposto por Paddock, Siegel e Smith (PSS), a taxa de decaimento da produção de petróleo é considerada como exponencial, o que é válido na prática caso a produção esteja dimensionada para utilização máxima da capacidade desde o instante inicial. Como isto raramente ocorre, a modelagem não é perfeita. O modelo ideal seria um híbrido entre as duas considerações, a qual consideraria uma taxa de produção constante nos primeiros anos e depois um decaimento exponencial ao longo do tempo.

Os custos de produção poderiam ser modelados de modo que uma parcela seja atrelada ao preço do óleo, como é o caso dos *royalties*, e uma outra parcela fixa, referente aos custos de extração e operacionais. Já quanto ao decaimento da produção, como comentado antes, poderia ser utilizado um modelo híbrido que considerasse uma taxa de extração constante durante um certo período de tempo e depois esta passaria a ser exponencial, refletindo o que ocorre na prática. A avaliação das técnicas de engenharia de reservatórios com injeção em períodos diferentes do início da produção seriam relevantes para melhores estimativas.

Conforme discutido anteriormente, a estimação dos parâmetros é a grande fraqueza dos modelos. Uma melhor análise da volatilidade talvez fosse um ponto importante a ser feito e a consideração do preço como reversível à média, ou reversível à média com jumps de Poisson, em vez de estocástico browniano pudesse ser analisado.

VI. BIBLIOGRAFIA

- BRENNAN, Michael J., e SCHWARTZ, Eduardo S.: “Evaluating Natural Resource Investments”, *Journal of Business* 58 (January), pp. 135-157, 1985.
- CONSTANTINIDES, G. M.: “Market Risk Adjustment in Project Valuation”, *Journal of Finance*, N° 33 , pp. 603-16, 1978.
- COX, J e ROSS, S.: “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes”, *Journal of Financial Economics* 3, N° 1/2, pp.145-166, 1976.
- DIXIT, Avinash K., e PINDYCK, Robert S.: “The options Approach to Capital Investment”, *Harvard Business Review*, May-June 1995, pp. 105-115.
- DIXIT, Avinash K., e PINDYCK, Robert S.: “*Investment Under Uncertainty*”, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
- GIBSON, Rajna, e SCHWARTZ, Eduardo S.: “Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims”, *Journal of Finance*, Vol. 45, N°. 3, July 1990.
- GRUY, H. J., GARB, F. A., e WOOD, J. W.: “Determining the Value of Oil and Gas in the Ground”, *World Oil*, N° 194, pp. 105-08, 1982.
- HULL, John C.: “*Options, Futures, and Other Derivatives*”, Prentice Hall, Inc., 3rd edition, 1997.
- KARLIK, C.W.: “Parametric Estimating of Oil and Gas Production Facilities Capital Costs Worldwide”, *Society of Petroleum Engineers*, N° 22.015, 1991.

LOHRENZ, J., e PEDERSON, J.A.: “Searching for, Developing, and Producing Oil and Gas Reserves”, *Society of Petroleum Engineers*, N° 13.773, 1985.

LUEHRMAN, Timothy A.: “*Capital Projects as Real Options: An Introduction*”, *Harvard Business Review*, 1994.

McDONALD, R. e SIEGEL, D.: “Asset Market Equilibrium, Investment and Price Behavior of an Exhaustible Resource”, Working Paper, Northwestern University, May 1983.

MOREHOUSE, David F.: “The Intricate Puzzle of Oil and Gas “Reserves Growth””, *Energy Information Administration/Natural Gas Monthly*, July 1997.

OLIVEIRA, Carlos Alberto P. de, Avaliação e Gerência de Jazidas de Petróleo - Uma Abordagem pela Teoria das Opções, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 1990.

PADDOCK, James L., SIEGEL, Daniel R., e SMITH, James L.: “Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases”, *Quarterly Journal of Economics* 103 (August), pp. 479-508, 1988.

SAITO, Richard e Ricardo ROCHMAN: “Análise de Métodos Numéricos para Precificação de Opções”, Relatório do NPP, EAESP/FGV, 1998.

SCÜFFNER, Cláudia: Petrobrás quer manter 350 campos de produção, *O Estado de São Paulo*, 14 de setembro de 1997, pag. B4.

SIEGEL, Daniel R., SMITH, James L., e PADDOCK, James L.: “Valuing Offshore Oil Properties with Option Pricing Models”, *Midland Corporate Finance Journal* 5 (Spring), pp. 22-30, 1987.

STAUFER, T.R.: “Estimating the Full Costs of Oil and Gas Production”, *Society of Petroleum Engineers*, N° 30.064, 1995.

STENSLAND, Gunner, e TJOSTHEIM, Dag,: “Optimal Investment Using Empirical Dynamic Programming with Application to Natural Resources”, *Journal of Business*, Vol. 62, N° 1, 1989.

TRIGEORGIS, L: “*Real Options - Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*”, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2nd edition, 1997.

WOODS, T.J.: “Future Trends in Drilling Costs: A Cost-Based Perspective”, *Society of Petroleum Engineers*, N° 19.665, 1989.

VII. ANEXOS

ANEXO A– Campos em Desenvolvimento e em Produção no Brasil

Campos em Desenvolvimento da Produção				
Bacia	Campo	Royalty (%)	Aluguel (R\$/km ²)	Área (km ²)
Solimões	Igarapé Pucá	5,80	100	42.588
Solimões	Carapanaúba	5,80	100	33.182
Solimões	Cupiúba	5,80	100	24.451
Solimões	Juruá	10,00	100	173.708
Solimões	Nordeste de Juruá	5,80	100	81.206
Solimões	Sudoeste de Juruá	5,80	100	39.927
Solimões	Sudoeste de Urucu	7,00	100	32,27
Camamu	Almada Área BAS-097	8,40	200	17.677
Cumuruxatiba	Área BAS-104	8,40	200	20.341
Cumuruxatiba	Arraia	10,00	200	10.209
Recôncavo	Camaçari	8,80	200	8.067
Recôncavo	Fazenda Gameleira	8,80	200	3.753
Tucano	Fazenda Santa Rosa	8,40	100	3.602
Recôncavo	Fazenda Sori	8,80	200	2.854
Recôncavo	Paramirim do Vencimento	10,00	200	3.423
Recôncavo	Pedrinhas	8,80	200	2.283
Recôncavo	Pojuca Norte	8,80	200	5.058
Recôncavo	Rio da Serra	10,00	200	3.433
Recôncavo	Rio Joanes	8,80	200	1.875
Recôncavo	Rio Sauípe	10,00	200	0,82
Tucano	Fazenda Matinha	8,40	100	7.927
Tucano	Iraí	8,40	100	12.257
Tucano	Lagoa Branca	8,40	100	4.332
Tucano	Quererá	8,40	100	28.641
Campos	Frade	10,00	600	154.111
Campos	Espadarte	10,00	600	728.024
Campos	Marlím Leste	10,00	600	332.365
Campos	Roncador	10,00	600	397.547
Esp. Santo	Rio Preto Sul	8,20	100	6.803
Esp. Santo	Cangoá	8,80	300	20.167
Esp. Santo	Peroá	8,80	300	71.849
Ceará	Área CES-066	8,40	300	8.003
Potiguar	Área RNS-033	10,00	300	13.978
Potiguar	Área RNS-035	10,00	300	15.969
Potiguar	Área RNS-093	10,00	300	11.982
Potiguar	Área RNS-128	8,80	300	21.301
Potiguar	Área RNS-134	8,80	300	10.648
Potiguar	RNS-071	8,80	300	31.942
Potiguar	Pescada	8,80	300	55.247
Potiguar	Arabaiana	8,80	300	57.243
Potiguar	Baixa do Juazeiro	8,80	200	5.318
Potiguar	Fazenda Junco	10,00	200	2.659
Potiguar	Sabiá	8,80	200	5.319
Serg./Alag.	Área ALS-032	9,60	200	12.888
Serg./Alag.	Cidade Sebastião Ferreira	8,80	200	5.185
Serg./Alag.	Fazenda Guindaste	8,80	200	9.886
Serg./Alag.	Lagoa Pacas	8,80	200	3.126
Serg./Alag.	Sebastião Ferreira	8,80	200	2.469
Santos	Coral	8,50	400	43.915
Santos	Estrela-do-Mar	8,50	400	32.649
Santos	Tubarão	7,30	400	32.905

Campos em Produção

Campos em Produção				
Bacia	Campo	Royalty (%)	Aluguel (R\$/km ²)	Área (km ²)
Solimões	Leste do Urucu	10,00	500	178.685
Solimões	Rio Urucu	10,00	500	197.645
Recôncavo	Água Grande	9,30	1000	56.950
Recôncavo	Apraius	9,30	1000	3.754
Recôncavo	Araçás	9,30	1000	53.404
Recôncavo	Aratu	7,80	1000	10.752
Recôncavo	Mapele	7,80	1000	8.880
Recôncavo	Buracica	9,30	1000	37.390
Recôncavo	Brejinho	9,30	1000	7.751
Recôncavo	Canabrava	9,30	1000	9.792
Recôncavo	Candeias	9,30	1000	108.533
Recôncavo	Cantagalo	7,80	1000	5.298
Recôncavo	Cassarongongo	8,30	1000	26.269
Recôncavo	Cexis	9,30	1000	54.441
Recôncavo	Cidade Entre Rios	9,30	1000	7.191
Recôncavo	Dias Dávila	7,80	1000	1.630
Recôncavo	Dom João	8,30	1000	29.184
Recôncavo	Dom João Mar	8,30	1000	56.308
Recôncavo	Fazenda Alvorada	9,30	1000	10.219
Recôncavo	Fazenda Azevedo	9,30	1000	3.349
Recôncavo	Fazenda Bálsamo	9,30	1000	14.220
Recôncavo	Fazenda Belém	9,30	1000	12.811
Recôncavo	Fazenda Boa Esperança	9,30	1000	19.924
Recôncavo	Fazenda Imbé	9,30	1000	15.847
Recôncavo	Fazenda Onça	9,30	1000	5.877
Recôncavo	Fazenda Pannels	9,30	1000	35.586
Recôncavo	Fazenda Rio Branco	9,30	1000	4.488
Recôncavo	Fazenda São Estevão	9,30	1000	9.471
Recôncavo	Gomo	9,30	1000	6.609
Recôncavo	Ilha Bimbarra	6,80	1000	3.422
Recôncavo	Bonsucesso	9,30	1000	5.467
Recôncavo	Itaparica	6,80	1000	22.148
Recôncavo	Jacuípe	7,80	1000	15.898
Recôncavo	Lagoa Verde	7,80	1000	2.285
Recôncavo	Lamarão	7,80	1000	11.821
Recôncavo	Leodório	9,30	1000	3.430
Recôncavo	Malombê	9,30	1000	6.212
Recôncavo	Mandacaru	7,80	1000	13.554
Recôncavo	Massapê	9,30	1000	15.000
Recôncavo	Massuí	9,30	1000	18.339
Recôncavo	Mata de São João	9,30	1000	20.142
Recôncavo	Remanso	9,30	1000	12.152
Recôncavo	Biriba	7,80	1000	16.073
Recôncavo	Miranga	10,00	1000	48.796

Campos em Produção				
Bacia	Campo	Royalty (%)	Aluguel (R\$/km ²)	Área (km ²)
Recôncavo	Rio Pipiri	7,80	1000	8.487
Recôncavo	Miranga Leste	9,30	1000	0,898
Recôncavo	Miranga Norte	9,30	1000	3.101
Recôncavo	Norte Faz. Caruaçu	9,30	1000	24.705
Recôncavo	Pojuca	9,30	1000	7.178
Recôncavo	Riacho da Barra	9,30	1000	5.799
Recôncavo	Riacho Ouricuri	9,30	1000	4.167
Recôncavo	Riacho São Pedro	9,30	1000	5.056
Recôncavo	Rio do Bu	9,30	1000	8.910
Recôncavo	Rio dos Ovos	9,30	1000	5.231
Recôncavo	Rio Itariri	9,30	1000	5.886
Recôncavo	Rio Pojuca	9,30	1000	11.502
Recôncavo	Rio Subaúma	9,30	1000	2.860
Recôncavo	Santana	9,30	1000	26.931
Recôncavo	São Domingos	9,30	1000	8.640
Recôncavo	São Pedro	9,30	1000	9.132
Recôncavo	Sauípe	9,30	1000	4.002
Recôncavo	Sesmaria	9,30	1000	17.718
Recôncavo	Socorro	9,30	1000	6.194
Recôncavo	Socorro	7,80	1000	7.659
Recôncavo	Sussuarana	7,80	1000	14.602
Recôncavo	Tauipe	9,30	1000	55.137
Recôncavo	Vale do Quiricó	7,80	1000	2.937
Recôncavo	Faz. Alto das Pedras	9,30	1000	0,815
Recôncavo	Tucano Conceição	7,80	500	17.322
Campos	Albacora	10,00	3000	454.933
Campos	Voador	8,20	3000	81.825
Campos	Badejo	10,00	3000	130.956
Campos	Linguado	10,00	3000	214.965
Campos	Pampo	10,00	3000	145.553
Campos	Trilha	10,00	3000	26.079
Campos	Bijupira	10,00	3000	77.114
Campos	Salema	9,70	3000	26.325
Campos	Carapeba	10,00	3000	136.541
Campos	Pargo	10,00	3000	89.176
Campos	Vermelho	10,00	3000	89.225
Campos	Congro	10,00	3000	203.396
Campos	Corvina	10,00	3000	139.573
Campos	Malhado	10,00	3000	49.208
Campos	Bicudo	10,00	3000	44.969
Campos	Bonito	10,00	3000	84.630
Campos	Enchova	10,00	3000	99.733
Campos	Enchova Oeste	10,00	3000	82.270
Campos	Garoupa	10,00	3000	122.992
Campos	Garoupinha	10,00	3000	56.164
Campos	Marlim	10,00	3000	257.630
Campos	Marlim Sul	10,00	3000	884.109
Campos	Moréia	8,50	3000	118.899

Campos em Produção				
Bacia	Campo	Royalty (%)	Aluguel (R\$/km ²)	Área (km ²)
Campos	Bagre	10,00	3000	20.877
Campos	Cherne	8,70	3000	69.019
Campos	Namorado	10,00	3000	49.552
Campos	Nord. de Namorado	10,00	3000	45.147
Campos	Anequim	10,00	3000	53.515
Campos	Parati	10,00	3000	133.981
Campos	Marimbá	10,00	3000	123.240
Campos	Piraúna	10,00	3000	63.686
Campos	Viola	10,00	3000	183.793
Campos	Albacora Leste	10,00	3000	511.557
Campos	Barracuda	10,00	3000	233.113
Campos	Caratinga	9,30	3000	260.247
Esp. Santo	Cação	10,00	1500	6.636
Esp. Santo	Cacimbas	10,00	500	3.389
Esp. Santo	Campo Grande	10,00	500	4.109
Esp. Santo	Córrego Cedro Norte	7,80	500	3.008
Esp. Santo	Córrego das Pedras	7,80	500	1.819
Esp. Santo	Córrego Dourado	7,80	500	2.212
Esp. Santo	Córrego Grande	7,80	500	2.533
Esp. Santo	Fazenda Alegre	7,80	500	10.592
Esp. Santo	Fazenda Cedro	10,00	500	5.769
Esp. Santo	Fazenda Queimadas	10,00	500	8.299
Esp. Santo	Fazenda Cedro Norte	10,00	500	6.085
Esp. Santo	Fazenda Santa Luzia	7,80	500	10.018
Esp. Santo	Fazenda São Jorge	7,80	500	16.582
Esp. Santo	Lagoa Bonita	8,20	1500	4.105
Esp. Santo	Rio Ibiribas	7,80	500	1.579
Esp. Santo	Fazenda São Rafael	10,00	500	16.492
Esp. Santo	Guriri	10,00	500	1.188
Esp. Santo	Lagoa Parda	10,00	1500	11.262
Esp. Santo	Lagoa Parda Sul	7,80	500	1.732
Esp. Santo	Lagoa Parda Norte	7,80	500	3.702
Esp. Santo	Lagoa Piabanha	7,80	500	1.497
Esp. Santo	Barra do Ipiranga	8,50	500	11.057
Esp. Santo	Lagoa Suruaca	10,00	500	15.476
Esp. Santo	Mariricu	10,00	500	3.167
Esp. Santo	Mariricu Oeste	7,80	500	1.187
Esp. Santo	Mariricu Norte	7,80	500	0,950
Esp. Santo	Nativo Oeste	7,80	500	3.084
Esp. Santo	Rio Doce	10,00	500	4.096
Esp. Santo	Rio Barra Seca	8,50	500	5.450
Esp. Santo	Rio Itaúnas	7,80	500	10.463
Esp. Santo	Rio Itaúnas Leste	10,00	500	1.823
Esp. Santo	Rio Mariricu	10,00	500	3.245
Esp. Santo	Rio Preto	10,00	500	3.482
Esp. Santo	Rio Preto Oeste	7,80	500	4.114
Esp. Santo	Rio São Mateus	10,00	500	11.478
Esp. Santo	São Mateus	7,80	500	12.663

ANEXO B – Dados do Reservatório Hipotético**Caso0 – Sem Injeção**

Número da Observação	Intervalo da Amostra	Número de Dias	Produção de Óleo (stb/day)	Injeção de Gás (mcf/day)	Injeção de Água (stb/day)
1	1	1	10.000	-	-
2	5	6	10.000	-	-
3	25	31	10.000	-	-
4	100	131	10.000	-	-
5	100	231	10.000	-	-
6	100	331	10.000	-	-
7	100	431	10.000	-	-
8	100	531	10.000	-	-
9	100	631	10.000	-	-
10	100	731	10.000	-	-
11	100	831	10.000	-	-
12	100	931	10.000	-	-
13	100	1.031	10.000	-	-
14	100	1.131	10.000	-	-
15	100	1.231	10.000	-	-
16	100	1.331	10.000	-	-
17	100	1.431	10.000	-	-
18	100	1.531	10.000	-	-
19	100	1.631	10.000	-	-
20	100	1.731	10.000	-	-
21	100	1.831	10.000	-	-
22	100	1.931	10.000	-	-
23	100	2.031	10.000	-	-
24	100	2.131	6.886	-	-
25	100	2.231	6.078	-	-
26	100	2.331	5.225	-	-
27	100	2.431	4.625	-	-
28	100	2.531	4.126	-	-
29	100	2.631	3.773	-	-
30	100	2.731	3.435	-	-
31	100	2.831	3.163	-	-
32	100	2.931	2.912	-	-
33	100	3.031	2.714	-	-
34	100	3.131	2.534	-	-
35	100	3.231	2.372	-	-
36	100	3.331	2.229	-	-
37	100	3.431	2.095	-	-
38	100	3.531	1.971	-	-

Caso Agua – Com Injeção de Água

Número da Observação	Intervalo da Amostra	Número de Dias	Produção de Óleo (stb/day)	Injeção de Gás (mcf/day)	Injeção de Água (stb/day)
1	1	1	10.000	-	5,36E-07
2	5	6	10.000	-	1,83E-06
3	25	31	10.000	-	3,39E-06
4	53	84	10.000	-	5,69E-06
5	93	176	10.000	-	1,07E-05
6	100	276	10.000	-	1,77E-05
7	100	376	10.000	-	2,64E-05
8	100	476	10.000	-	3,70E-05
9	100	576	10.000	-	4,92E-05
10	100	676	10.000	-	6,41E-05
11	100	776	10.000	-	7,24E-05
12	100	876	10.000	-	7,85E-05
13	100	976	10.000	-	8,32E-05
14	100	1.076	10.000	-	8,70E-05
15	100	1.176	10.000	-	9,07E-05
16	100	1.276	10.000	-	9,45E-05
17	100	1.376	10.000	-	9,81E-05
18	100	1.476	10.000	-	1,02E-04
19	100	1.576	10.000	-	1,05E-04
20	100	1.676	10.000	-	1,09E-04
21	100	1.776	10.000	-	1,15E-04
22	100	1.876	10.000	-	1,21E-04
23	100	1.976	10.000	-	1,29E-04
24	100	2.076	10.000	-	1,37E-04
25	100	2.176	10.000	-	1,51E-04
26	100	2.276	10.000	-	1,60E-04
27	100	2.376	10.000	-	1,73E-04
28	100	2.476	10.000	-	1,88E-04
29	100	2.576	10.000	-	2,12E-04
30	100	2.676	10.000	-	2,36E-04
31	100	2.776	10.000	-	2,74E-04
32	100	2.876	10.000	-	3,04E-04
33	100	2.976	10.000	-	3,67E-04
34	100	3.076	10.000	-	4,30E-04
35	100	3.176	10.000	-	5,09E-04
36	100	3.276	10.000	-	6,59E-04
37	100	3.376	10.000	-	8,45E-04
38	100	3.476	7.285	-	7,13E-04
39	87	3.563	6.513	-	7,34E-04
40	87	3.650	5.796	-	7,55E-04

CasoGas – Com Injeção de Gás

Número da Observação	Intervalo da Amostra	Número de Dias	Produção de Óleo (stb/day)	Injeção de Gás (mcf/day)	Injeção de Água (stb/day)
1	1	1	10.000	60.000	-
2	5	6	10.000	60.000	-
3	7	13	10.000	60.000	-
4	7	20	10.000	60.000	-
5	13	32	10.000	60.000	-
6	26	58	10.000	60.000	-
7	49	107	10.000	60.000	-
8	47	154	10.000	60.000	-
9	83	236	10.000	60.000	-
10	100	336	10.000	60.000	-
11	100	436	10.000	60.000	-
12	100	536	10.000	60.000	-
13	100	636	10.000	60.000	-
14	73	709	10.000	60.000	-
15	96	806	10.000	60.000	-
16	100	906	10.000	60.000	-
17	100	1.006	10.000	60.000	-
18	69	1.075	10.000	60.000	-
19	91	1.165	10.000	60.000	-
20	100	1.265	10.000	60.000	-
21	96	1.361	10.000	60.000	-
22	100	1.461	10.000	60.000	-
23	100	1.561	10.000	60.000	-
24	100	1.661	10.000	60.000	-
25	100	1.761	10.000	60.000	-
26	100	1.861	10.000	60.000	-
27	100	1.961	10.000	60.000	-
28	100	2.061	10.000	60.000	-
29	100	2.161	10.000	60.000	-
30	100	2.261	10.000	60.000	-
31	100	2.361	10.000	60.000	-
32	100	2.461	10.000	60.000	-
33	100	2.561	10.000	60.000	-
34	100	2.661	10.000	60.000	-
35	100	2.761	10.000	60.000	-
36	100	2.861	10.000	60.000	-
37	100	2.961	10.000	60.000	-
38	100	3.061	10.000	60.000	-
39	100	3.161	10.000	60.000	-
40	100	3.261	10.000	60.000	-
41	100	3.361	10.000	60.000	-
42	100	3.461	10.000	60.000	-
43	94	3.556	10.000	60.000	-
44	94	3.650	10.000	60.000	-

Preço do Óleo Cru¹⁹

Preço Spot do Óleo Cru Tipo WTI (US\$/barril)					
	1S	2S	3S	4S	Year
1985	26,97	27,95	27,73	29,13	27,95
1986	17,38	13,86	13,74	15,30	15,07
1987	18,18	19,35	20,37	18,80	19,18
1988	16,63	17,31	15,25	14,67	15,97
1989	18,40	20,53	19,29	19,88	19,53
1990	21,92	17,88	25,87	32,17	24,46
1991	22,22	20,73	21,62	21,82	21,60
1992	18,91	21,09	21,66	20,50	20,54
1993	19,86	19,81	17,79	16,50	18,49
1994	14,84	17,63	18,53	17,70	17,18
1995	18,34	19,39	17,84	18,16	18,43
1996	19,73	21,83	22,28	24,72	22,14
1997	22,76	19,98	19,78	19,92	20,61
1998	15,93	14,60	13,50	15,00	14,76
1999	16,00	16,00	16,00	16,00	16,00

Fonte: Paine Webber

¹⁹ Os preços estão ajustados para outubro de 1998 já levando-se em conta a inflação em dólar.

ANEXO C – Códigos dos Programas para Cálculo do Valor da Opção

1 – Programa Computacional Representativo do Modelo PSS

```

{*****}
{*
{* Este programa implementa o método de diferenças finitas explícita para
{* aproximação do modelo de Paddock, Siegel e Smith.
{*
{*****}

PROGRAM EXPLICIT_FINITE_DIFFERENCE_METHOD;

USES CRT ;

CONST
  r = 0.0527;          { * Taxa Livre de Risco * }
  d = 0.0410;          { * Dividendo * }
  s = 0.0396;          { * Desvio Padrão * }
  M = 10;              { * Numero de Pontos no Eixo Y * }
  N = 10;              { * Numero de Pontos no Eixo X * }
  T = 30;              { * Tempo de Concessão * }
  V = 11.08;           { * Valor Máximo de V * }
  C = 5.54;            { * Custos de Desenvolvimento * }

VAR
  i,j: integer;        { * Índices dos Valores das Matrizes * }
  dt,ds: real;         { * Tamanho do Passo nos 2 Eixos * }
  x,y,aj,bj,cj: array [0..M] of real; { * Vetores Referentes as Equações * }

{*****}
{*
{*                               Início do Programa
{*
{*****}

BEGIN
  i:=1;                 { * Inicialização da Variável i * }
  j:=0;                 { * Inicialização da Variável j * }
  ds:=V/M;              { * Definição do Passo no Eixo Y * }
  dt:=T/N;              { * Definição do Passo no Eixo X * }
  FOR j:= 0 to M DO     { * Geração Primeira Condição de Contorno * }
  BEGIN
    IF j*ds/C>1 THEN    { * Lado Direito da Equação * }
      x[j]:= (j*ds/C-1)
    ELSE

```

```
x[j]:=0;
aj[j]:= (1/(1+((r-d)*dt)))*(-0.5*(r-d)*j*dt+0.5*s*s*j*dt);
bj[j]:= (1/(1+((r-d)*dt)))*(1-s*s*j*dt);
cj[j]:= (1/(1+((r-d)*dt)))*(0.5*(r-d)*j*dt+0.5*s*s*j*dt);
END;
FOR i:= 1 to N DO          { * Geração da Segunda e Terceira * }
BEGIN                    { * Condições de Contorno * }
  FOR j:= 0 to M DO
  BEGIN
    IF j=M THEN          { * Segunda Condição de Contorno * }
    BEGIN
      IF V/C>1 THEN      { * Lado Esquerdo da Equação * }
        y[j]:=V/C-Exp(-d*dt*i)
      ELSE
        y[j]:=0;
      END
    ELSE
      IF j=0 THEN        { * Terceira Condição de Contorno * }
        y[j]:=0
      ELSE
        y[j]:=aj[j]*x[j-1]+bj[j]*x[j]+cj[j]*x[j+1];
      END;
    END;
  FOR j:= 0 to M DO      { * A Variável x[j] recebe o Valor Calculado * }
  BEGIN
    x[j]:=y[j];
    writeln('O valor da opção para V=',j*ds/C, e t=', i*dt, ', igual a', x[j]);
  END;
END;
END.
```

2 – Programa Computacional Representativo do Modelo BS

```

{*****}
{*
{* Este programa implementa o método de diferenças finitas explícita para
{* aproximação do modelo de Brennan e Schwartz.
{*
{*
{*****}

PROGRAM EXPLICIT_FINITE_DIFFERENCE_METHOD;

USES CRT ;

CONST
  r = 0.0527;          { * Taxa Livre de Risco * }
  f = 0.0100;         { * Convenience Yield * }
  s = 0.0396;         { * Desvio Padrão * }
  M = 10;             { * Número de Pontos no Eixo Y * }
  N = 10;             { * Número de Pontos no Eixo X * }
  T = 30;             { * Tempo de Concessão * }
  V = 11.08;          { * Valor Máximo de V * }
  C = 5.54;           { * Custos de Desenvolvimento * }

VAR
  i,j: integer;       { * Índices dos Valores das Matrizes * }
  dt,ds: real;        { * Tamanho do Passo nos 2 Eixos * }
  x,y,aj,bj,cj: array [0..M] of real; { * Vetores Referentes às Equações * }

{*****}
{*
{*                               Início do Programa
{*
{*
{*****}

BEGIN
  i:=1;                { * Inicialização da Variável i * }
  j:=0;                { * Inicialização da Variável j * }
  ds:=V/M;            { * Definição do Tamanho do Passo no Eixo Y * }
  dt:=T/N;            { * Definição do Tamanho do Passo no Eixo X * }
  x[j]:=0;            { * Valor de x[j] para j=0* }
  aj[j]:=0;           { * Valor de aj[j] para j=0 * }
  bj[j]:=0;           { * Valor de bj[j] para j=0 * }
  cj[j]:=0;           { * Valor de cj[j] para j=0 * }
  j:=1;
  FOR j:= 1 to M DO    { * Geração da Primeira Condição de Contorno * }
  BEGIN
    IF j*ds/C>1 THEN  { * Lado Direito da Equação * }
      x[j]:= (j*ds/C-1)

```

```
ELSE
  x[j]:=0;
  aj[j]:= (1/(1+((r-f/ds)*dt)))*(-0.5*(r-f/ds)*j*dt+0.5*s*s*j*j*dt);
  bj[j]:= (1/(1+((r-f/ds)*dt)))*(1-s*s*j*j*dt);
  cj[j]:= (1/(1+((r-f/ds)*dt)))*(0.5*(r-f/ds)*j*dt+0.5*s*s*j*j*dt);
END;
FOR i:= 1 to N DO          { * Geração da Segunda e Terceira * }
BEGIN                      { * Condições de Contorno.   * }
  FOR j:= 0 to M DO
  BEGIN
    IF j=M THEN            { * Segunda Condição de Contorno * }
    BEGIN
      IF V/C>1 THEN        { * Lado Esquerdo da Equação * }
        y[j]:=V/C-Exp(-f/ds*dt*i)
      ELSE
        y[j]:=0;
      END
    ELSE
      IF j=0 THEN          { * Terceira Condição de Contorno * }
        y[j]:=0
      ELSE
        y[j]:=aj[j]*x[j-1]+bj[j]*x[j]+cj[j]*x[j+1];
      END;
    END;
  FOR j:= 0 to M DO        { * A Variável x[j] Recebe o Valor Calculado * }
  BEGIN
    x[j]:=y[j];
    writeln('O valor da opção para V=', j*ds/C, 'e t=', i*dt, ', igual a', x[j]);
  END;
END;
END.
```